Аппроксимация минимального собственного значения в задаче баланса частиц ВЧИ-разряда

С.И. Соловьёв1, П.С. Соловьёв1, В.С. Желтухин2

1[Казанский (Приволжский) федеральный университет](http://kpfu.ru/), г. Казань, Россия,  
 [Sergei.Solovyev@kpfu.ru](mailto:Sergei.Solovyev@kpfu.ru)   
2Казанский национальный исследовательский технический университет  
 им. А.Н. Туполева, г. Казань, Россия, [vzheltukhin@gmail.com](mailto:vzheltukhin@gmail.com)

Высокочастотный индукционный (ВЧИ) разряд нашел широкое применение в разнообразных технологических плазменных процессах, в том числе таких, как обработка металлов, стекол, порошковых материалов, тонких пленок, текстиля и кожевенно-меховых полуфабрикатов. Режимы обработки материалов в этих процессах чрезвычайно чувствительны к основным характеристикам ВЧИ–разряда [1]. Для более эффективного и качественного выбора конструктивных решений при создании ВЧИ-установок необходимо применение математических моделей. Модель установившегося высокочастотного индукционного (ВЧИ) разряда пониженного давления содержит краевые задачи для уравнения диффузии заряженных частиц, уравнений теплопроводности электронного и атомно-ионного газа, а также систему уравнений Максвелла, описывающую распределение электромагнитного поля [1 – 3].

Задача баланса заряженных частиц ВЧИ-разряда является нелинейной задачей на собственные значения, хотя в явном виде спектральный параметр отсутствует [2]. Собственные значения задачи определяются коэффициентами уравнения, граничными условиями и единственным свободным параметром, в качестве которого выступает значение электронной температуры в центре разряда, удовлетворяющее некоторому соотношению между коэффициентом амбиполярной диффузии, частотой ионизации и радиусом плазмотрона. Это соотношение задает условие, необходимое для поддержания стационарного ВЧИ-разряда пониженного давления [3].

В работе получены условия существования минимального собственного значения нелинейной задачи для нахождения концентрации заряженных частиц установившегося ВЧИ-разряда с коэффициентами, зависящими от спектрального параметра. В отличие от результатов работы [4], здесь не предполагается выполнение условия монотонности коэффициентов дифференциального уравнения по спектральному параметру. Строится аппроксимация задачи сеточной схемой метода конечных элементов, доказывается существование наименьшего простого приближенного собственного значения, отвечающего положительной собственной функции, и исследуется сходимость приближенных решений к точным. Теоретические результаты иллюстрируются численными расчетами для модельной задачи.

Работа поддержана РФФИ (проекты 14-01-00755, 15-41-02672).

Литература

1. И.Ш. Абдуллин, В.С. Желтухин, Н.Ф. Кашапов. Высокочастотная плазменно-струйная обработка материалов при пониженных давлениях. Теория и практика применения.– Казань: Изд-во Казан.ун-та, 2000. – 348 с.
2. Желтухин В.С. Изв. вузов. Матем., 2005, № 1, С. 52–57.
3. Желтухин В.С. Изв. вузов. Матем, 1999, № 5, С. 26-31.
4. Соловьёв С.И. Нелинейные задачи на собственные значения. Приближенные методы. – Saarbrücken: LAP Lambert Acad. Publ., 2011. – 256 с.